

3ª LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA I - PG  
(2015-2)

1. Considere um sistema composto por duas partículas de spin  $j_1 = j_2 = 1$ .
  - (a) Construa a base de autovetores de  $\{\mathbf{J}_1^2, \mathbf{J}_2^2, \mathbf{J}^2, J_z\}$  em função dos autovetores de  $\{\mathbf{J}_1^2, \mathbf{J}_2^2, J_{1z}, J_{2z}\}$ .
  - (b) Suponha que o sistema seja inicialmente preparado no estado  $|J = 0; M = 0\rangle$ . Que valores podemos obter em medidas de  $J_{1z}$  e  $J_{2z}$  e com que probabilidades.
  - (c) Ao medir-se  $J_{1z}$  e  $J_{2z}$  encontrou-se os valores 0 e  $\hbar$ , respectivamente. Logo em seguida, pretende-se medir  $\mathbf{J}^2$ . Que valores podem ser obtidos e com que probabilidades?
2. Considere duas partículas com momentos angulares  $j_1$  e  $j_2$ . As partículas interagem segundo um hamiltoniano dado por

$$H_0 = \lambda \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{J}_2 .$$

- (a) Escreva o hamiltoniano em termos de  $\mathbf{J}_1^2, \mathbf{J}_2^2$  e do momento angular total das duas partículas.
- (b) Determine os estados estacionários e suas energias correspondentes.
- (c) Mostre que  $H_0$  é um operador escalar.
- (d) Suponha que as partículas sejam colocadas na presença de um campo magnético  $\mathbf{B} = B \hat{z}$ . A energia total das partículas é agora dada por

$$H = \lambda \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{J}_2 + g \mathbf{B} \cdot (\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2) .$$

O hamiltoniano  $H$  é um operador escalar? Justifique.

- (e) Encontre os autovetores e os autovalores de  $H$ .
  - (f) Suponha agora que a direção do campo magnético seja alterada para  $\mathbf{B} = B(\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})/\sqrt{3}$ . Encontre os autovetores e autovalores de  $H$  supondo  $j_1 = j_2 = 1/2$ . **Sugestão:** Determine os ângulos de Euler associados a esta rotação.
3. (a) Obtenha as componentes esféricas do tensor momento de quadrupolo de uma distribuição de cargas.
  - (b) Utilize o Teorema de Wigner-Eckart para determinar as regras de seleção para transições por acoplamento quadrupolar com um campo elétrico  $\mathbf{E} = E_0 \hat{z} e^{i(kx - \omega t)}$ . Quais os possíveis estados finais de um elétron, inicialmente preparado no estado fundamental de um átomo de hidrogênio?